

دورة الأوائل

الرياضيات المتقدمة · الصف الثاني عشر · الفصل الدراسي الأول



الوحدة الثانية

حساب المثلثات

٢-٢ زاوية الأساس

١-٢ الزوايا بين 90° و 0°

٤-٢ التمثيلات البيانية

٣-٢ النسب للزوايا العامة

٦-٢ المعادلات المثلثية

٥-٢ الدوال العكسية

٨-٢ المزيد من المعادلات

٧-٢ المتطابقات المثلثية



اسم الطالب:

إعداد: د. صهيب سليمان - الأول على السلطنة ·

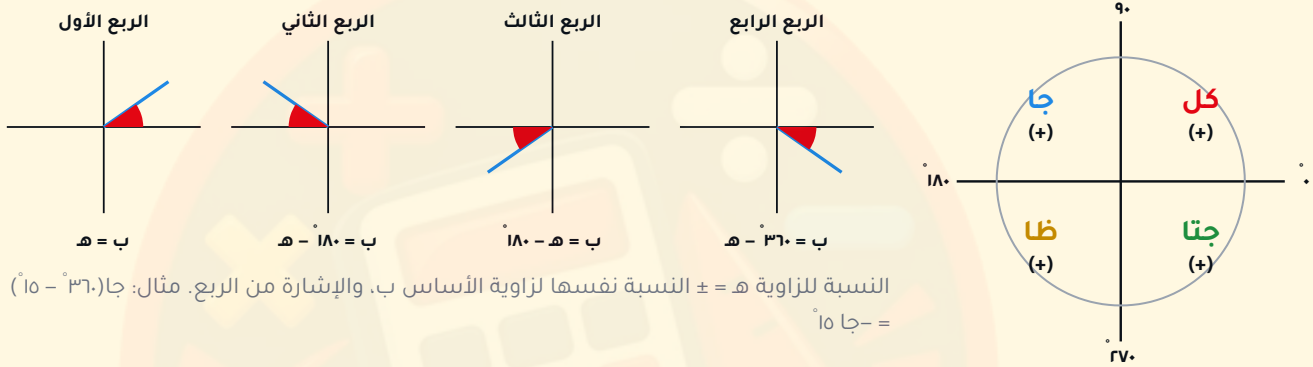
math.sh3la.net

النسب المثلثية وقيم الزوايا الخاصة

هـ	جا	جتا	ظا
٠	٠	١	٠
$\frac{\pi}{6} = 30^\circ$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
$\frac{\pi}{4} = 45^\circ$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	١
$\frac{\pi}{3} = 60^\circ$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
$\frac{\pi}{2} = 90^\circ$	١	٠	غير معرّف

- $\text{جا هـ} = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} \cdot \text{جتا هـ} = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} \cdot \text{ظا هـ} = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$
- **المتطابقتان الأساسيتان:** $\text{ظا هـ} \equiv \frac{\text{جا هـ}}{\text{جتا هـ}} \equiv \text{جا هـ} + \text{جتا هـ} \equiv ١$
- ومنها: $\text{جا هـ} - ١ = \text{جتا هـ} \cdot \text{جتا هـ} - ١ = \text{جا هـ} \cdot (\text{فرق مربعين})$
 $\text{جا هـ} - \text{جتا هـ} = \text{جا هـ} - \text{جتا هـ}$

الزوايا العامة: الإشارة وزاوية الأساس ب



التمثيلات البيانية: $\text{ص} = \text{أ} \text{جا} (\text{ب س}) + \text{ج}$, $\text{ص} = \text{أ} \text{جتا} (\text{ب س}) + \text{ج}$

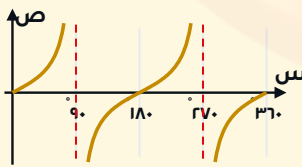
$$\frac{\pi}{2} = \frac{360}{\text{ب}} = \text{الدورة}$$

$$\text{ج} = \frac{\text{العظمى} + \text{الصغرى}}{2}$$

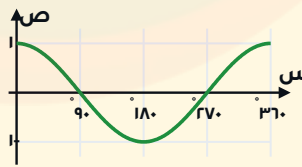
$$\text{السعة} = |\text{أ}| = \frac{\text{العظمى} - \text{الصغرى}}{2}$$

$$\text{المدى: ج} - |\text{أ}| \leq \text{ص} \leq \text{ج} + |\text{أ}|$$

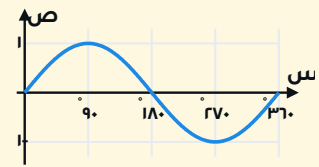
$$\text{ص} = \text{أ} \text{ظا} (\text{ب س}) + \text{ج: الدورة} = \frac{180}{\text{ب}} = \frac{\pi}{\text{ب}}, \text{ ولا سعة لها}$$



ص = ظا س



ص = جتا س



ص = جا س

الدوال المثلثية العكسية (القيمة الرئيسية)

الدالة	المجال	المدى (القيمة التي تعطيها الآلة)
ص = جـ ^{-١} س	$1 \geq \text{س} \geq -1$	$-\frac{\pi}{2} \leq \text{ص} \leq \frac{\pi}{2}$
ص = جتا ^{-١} س	$1 \geq \text{س} \geq -1$	$0 \leq \text{ص} \leq \pi$
ص = ظا ^{-١} س	كل الأعداد الحقيقية	$-\frac{\pi}{2} < \text{ص} < \frac{\pi}{2}$

لإيجاد د^{-١}(س): اكتب ص = د(س)، ثم اجعل س موضوع القانون، ثم بدّل س و ص. مجال د^{-١} = مدى د.

حل المعادلة المثلثية (كل الحلول في الفترة)

- جـ س = ك: س = ب ، ١٨٠ - ب ، جتا س = ك: س = ب ، ٣٦٠ - ب ، ظا س = ك: س = ب ، ١٨٠ + ب (ثم أضف أو اطرح ٣٦٠).
- إذا كانت الزاوية ٢س فغيّر الفترة: $0 \leq \text{س} \leq 360 \Rightarrow 0 \leq 2\text{س} \leq 720$ ، ثم اقسم الحلول على ٢.
- لا تقسم على جـ س أو جتا س - حلّ إلى عوامل حتى لا تضيع حلولاً. وارفص جـ س أو جتا س خارج [١، -١].

الآلة الحاسبة في هذه الوحدة القسم ١

٢٠٢٣/٢٠٢٤ دور أول ٠ س٢

قيمة دقيقة السؤال: (ظّل الشكل المقترن بقيمة جـ($\frac{\pi}{6}$)): $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ، $\frac{1}{2}$ ، $\frac{1}{3}$ ، $\frac{1}{4}$

اضغط بالترتيب:

R Math ▲
sin(π÷6)

$\frac{1}{2}$

SHIFT MODE 4 → sin (SHIFT ×10[×] ÷ 6) =

← الآلة على R والنتيجة كسر دقيق: الجواب $\frac{1}{2}$

كتاب الطالب · تمارين ٥-٢ س١ ب

دالة عكسية

السؤال: اكتب قيمة جـ^{-١}($\frac{1}{2}$) بالدرجات.

اضغط بالترتيب:

D Math ▲
sin⁻¹(1÷2)

30

SHIFT MODE 3 → SHIFT sin 1 ÷ 2 =

← جـ^{-١}($\frac{1}{2}$) = ٣٠ (القيمة الرئيسية)

٢٠٢٣/٢٠٢٤ دور أول ٠ س٢

كل الحلول

السؤال: ظا س = $\sqrt{3}$ ، $0 \leq \text{س} \leq 360$. أوجد قيم س.

اضغط بالترتيب:

D Math ▲
tan⁻¹(√3)

60

SHIFT tan √ 3 =

← الآلة تعطي ٦٠ فقط. الفترة لـ س هي ٠° - ٧٢٠° والظل يتكرر كل ١٨٠°: س = ٦٠° ، ٢٤٠° ، ٤٢٠° ، ٦٠° ≤ س = ٣٠٠° ، ٢١٠° ، ١٢٠° ، ٣٠°

٢٠٢٥/٢٠٢٦ دور أول ٠ س٢

نسبة من نسبة

السؤال: ظا أ = $\frac{3}{4}$ حيث $180^\circ \leq \text{أ} \leq 360^\circ$. أوجد قيمة جتا أ × جـ أ

اضغط بالترتيب:

D Math ▲
cos(Ans)×sin(Ans)

$-\frac{12}{25}$

SHIFT tan (-) 3 ÷ 4 = → + 3 6 0 = → cos Ans) ×
sin Ans) =

← الآلة تعطي -٣٦,٨٧؛ نضيف ٣٦٠ لنصل إلى ٣٢٣,١٣ في الربع الرابع، والناجح $-\frac{12}{25}$

جدول القيم: TABLE

السؤال: يُبين الرسم بيان ص = ج + أ ج (ب س)، $0 \leq \theta \leq 360^\circ$ ، ووجدت أ = ٢، ب = ٢٠٢٣/٢٠٢٤ دور ثاني ٠ س ١٠

اضغط بالترتيب:

D Math ▲

$$f(X)=3+2\sin(X)$$

$$X=90 \quad F(X)=5$$

MODE 7 → 3 + 2 sin ALPHA)) = → 0 = 3 6 0 =
9 0 =

← الجدول: (٣، ٠)، (٥، ٩٠)، (٣، ١٨٠)، (١، ٢٧٠) – يطابق الرسم، إذن الإجابة صحيحة

تحقق من حل

السؤال: حل المعادلة جتا س + جا س ظا س - ٢ = ٠، $0 \leq \theta \leq 360^\circ$ (حلك: ٦٠، ٣٠٠) دور أول ٠ س ١٨

اضغط بالترتيب:

D Math ▲

$$\cos(60)+\sin(60)\tan(60)-2$$

0

cos 6 0) + sin 6 0) tan 6 0) - 2 =

← الناتج ٠ ⇐ ٦٠ حل صحيح. كرر بـ ٣٠٠ للتأكد من الحل الثاني

تحقق من مطابقة: CALC

٢٠٢٣/٢٠٢٤ دور ثاني ٠ س ٢٥

السؤال: باستخدام المتطابقة $\frac{\text{ظا}^أ - ١}{\text{ظا}^أ + ١} = \text{جتا}^أ - ١$... (تأكد أن المتطابقة صحيحة قبل استخدامها)

اضغط بالترتيب:

D Math ▲

$$(1-\tan(X)^2) \div (1+\tan(X)^2) - (2\cos(X)^2-1)$$

0

(1 - tan ALPHA)) x²) ÷ (1 + tan ALPHA)) x²) - (2 cos ALPHA)) x² - 1) → CALC 2 0 =

← الطرف الأيسر - الطرف الأيمن = لقيمة عشوائية (٢٠) ⇐ المتطابقة صحيحة

الآلة جاهزة؟ لننطلق إلى الدروس! ✕



الزوايا بين 0° و 90°

١-٢

الفكرة ببساطة

إذا عرفت نسبة مثلثية واحدة لزاوية حادة، ارسم مثلثًا قائمًا وضع عليه النسبة، ثم أوجد الضلع الثالث بفيثاغورس، فتحصل على كل النسب. والزوايا 30° و 45° و 60° قيمها دقيقة (بجذور) يجب حفظها.

أهداف التعلم (دليل المعلم)

- يتذكر القيم الدقيقة للجيب وجيب التمام والظل لزاويا قياسها 0° ، 30° ، 45° ، 60° ، 90° ، وقيمتها المكافئة بالراديان، ويجد القيم الدقيقة للزوايا المتعلقة فيها.

ماذا سنتعلم؟

- إيجاد النسب المثلثية من نسبة معلومة.
- القيم الدقيقة للزوايا الخاصة بالدرجات والراديان.
- تبسيط عبارات فيها جذور (إنطاق المقام).

أمثلة الشرح

مثال ١ كتاب الطالب ص ٣٩

إذا علمت أن: جتا ه $= \frac{\sqrt{3}}{2}$ ، حيث $0^\circ \leq ه \leq 90^\circ$:

أ فأوجد قيمة كل مما يأتي: (١) جتا ه (٢) جا ه (٣) ظا ه

ب أثبت أن $\frac{1 - \sqrt{3}}{2} = \frac{1 - \text{ظا ه}}{\text{جتا ه} + \text{جا ه}}$

مثال ٢ كتاب الطالب ص ٤٠

أوجد قيمة كل مما يأتي دون استخدام الآلة الحاسبة:

أ جا $30^\circ \times$ جتا 45°

ب جا $\frac{\pi}{3}$

ج جتا $\frac{\pi}{4}$ جا $\frac{\pi}{6}$

جتا $\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3}$

تمارين

١ كتاب الطالب تمارين ١-٢ س ١

إذا علمت أن جتا ه $= \frac{4}{5}$ ، حيث ه زاوية حادة، فأوجد قيمة كل مما يأتي:

أ جا ه

ب ظا ه

ج جتا ه جتا ه

د $\frac{5}{3}$ ظا ه

ه $\frac{1 - \text{جا ه}}{\text{جتا ه}}$

و $\frac{3 - \text{جا ه}}{3 + \text{جتا ه}}$

٢ كتاب الطالب · تمرين ١-٢ سه

أوجد قيمة كل مما يأتي:

أ جا $\frac{\pi}{\epsilon}$ × جتا $\frac{\pi}{\epsilon}$

د جا $\frac{\pi}{\epsilon}$ - جتا $\frac{\pi}{\epsilon}$

ب جتا $\frac{\pi}{\epsilon}$

هـ جتا $\frac{\pi}{\epsilon}$ - جتا $\frac{\pi}{\epsilon}$

ج $\frac{\pi}{\epsilon}$ - ١

و جتا $\frac{\pi}{\epsilon}$ + جتا $\frac{\pi}{\epsilon}$

زاوية الأساس (الزاوية المرجعية)

٢-٢

الفكرة ببساطة

نقيس الزاوية من الجزء الموجب لمحور السينات: عكس عقارب الساعة موجبة، ومعها سالبة. **زاوية الأساس ب** هي الزاوية الحادة بين ضلع الزاوية ومحور السينات، وبها نحول أي زاوية إلى زاوية حادة.

أهداف التعلم (دليل المعلم)

- يُجد القيم الدقيقة (بالدرجات أو بالراديان) للنسب المثلثية (جا هـ، جتا هـ، ظا هـ) بمعلومية إحداها.

ماذا سنتعلم؟

- تحديد الربع الذي تقع فيه الزاوية.
- إيجاد زاوية الأساس لأي زاوية (موجبة أو سالبة، أكبر من دورة).
- إيجاد الزاوية إذا عُلمت زاوية أساسها وربعها.

أمثلة الشرح

مثال ٣ كتاب الطالب · ص ٤٣

ارسم شكلاً يبين الزاوية، ثم حدّد الزاوية الحادة التي تشكلها مع المحور السيني:

أ ١٢٠°

ب ٤٢°

ج $\frac{\pi}{\epsilon}$

د $\frac{\pi}{\epsilon}$ -

هـ π -

و $\frac{\pi}{\epsilon}$

مثال ٤ كتاب الطالب · ص ٤٦

في كل مما يأتي، حدّد قياس زاوية الأساس ب، والربع، والمجال الذي تقع فيه الزاوية هـ. أوجد قياس الزاوية هـ:

أ ب = ٤٢° ، تقع في الربع الثاني، $٠^\circ \leq \text{هـ} < ٣٦٠^\circ$

ب ب = ٥٣° ، تقع في الربع الثالث، $٣٦٠^\circ \leq \text{هـ} < ٧٢٠^\circ$

ج ب = $\frac{\pi}{\epsilon}$ ، تقع في الربع الرابع، $\pi - \leq \text{هـ} < \pi$

- في كلِّ مما يأتي، حدّد قياس زاوية الأساس ب، والربع، والمجال. أوجد قياس الزاوية هـ:
- أ ب = ٥٥°، الربع الثاني، ٣٦٠° > هـ $\frac{\pi}{3}$
- ب ب = ٣٢°، الربع الرابع، ٣٦٠° > هـ $\frac{\pi}{4}$
- ج ب = ٣٢°، الربع الثاني، ٣٦٠° > هـ $\frac{\pi}{3}$
- د ب = ٢٠°، الربع الثالث، ١٨٠° > هـ $\frac{\pi}{2}$
- هـ ب = ٣٢°، الربع الثاني، ٣٦٠° > هـ $\frac{\pi}{4}$

النسب المثلثية للزوايا العامة

٣-٢

الفكرة ببساطة

لأي نقطة (س، ص) على ضلع الزاوية وبعدها عن الأصل نق: جا هـ = $\frac{ص}{نق}$ ، جتا هـ = $\frac{س}{نق}$ ، ظا هـ = $\frac{ص}{س}$. لذلك تتحدد الإشارة من الربع: كل · جا · ظا · جتا (الأرباع ١، ٢، ٣، ٤).

أهداف التعلم (دليل المعلم)

- يجد القيم الدقيقة (بالدرجات أو بالراديان) للنسب المثلثية (جا هـ، جتا هـ، ظا هـ) بمعلومية إحداها.

ماذا سنتعلم؟

- كتابة نسبة أي زاوية بدلالة زاوية الأساس.
- إيجاد النسب الأخرى إذا عُلمت نسبة وربع الزاوية.
- التعبير عن النسب بدلالة متغير (مثل جا ٥٠° = ب).

أمثلة الشرح

مثال ٥ كتاب الطالب · ص ٥٠

اكتب كلًّا مما يأتي بدلالة نسب مثلثية لزاوية الأساس:

- أ جا ١٤٠° ب جتا (-١٣٠°)

مثال ٦ كتاب الطالب · ص ٥٠

إذا علمت أن جتا هـ = $-\frac{3}{5}$ في الفترة $١٨٠^\circ \leq \text{هـ} \leq ٢٧٠^\circ$ ، فأوجد قيمة كلِّ من: جا هـ، ظا هـ.

مثال ٨ كتاب الطالب · ص ٥١

إذا علمت أن جا ٥٠° = ب، فاكتب قيمة كلِّ مما يأتي بدلالة ب:

- أ جا ٢٣٠° ب جتا ٥٠° ج ظا ٤٠° د ظا ١٤٠°

D

ا. جتا $\frac{12}{5}$ ب. ظا $\frac{33}{5}$ ج. جا $\frac{25}{3}$ د. ظا $(-\frac{3}{5})$

ه. جا $\frac{14}{3}$ و. ظا $(-\frac{7}{6})$ ز. جتا $\frac{11}{3}$

2

اُ جَا ۷۷ بَ ظَا ۱۳ جَ جَا ۲۵۷ دَ جَا ۳۴۷

P

ا جتا ا ب ظا ا ج جاب د ظا ب

١ كتاب الطالب · تمارين ٤-٢ س ١ + س ٢

اكتب الدورة والسعة لكل دالة من الدوال الآتية:

- أ ص = جتا س ب ص = هجتا (٢س) ج ص = ٧جا (١/٢ س)
د ص = ١ + ٢جا (٣س) ه ص = ٤جا (٢س + ٦٠) و ص = ٣ظا (١/٢ س)

٢ كتاب الطالب · تمارين ٤-٢ س ١٢

إذا علمت أن الدالة د(س) = أ + ب جا س في الفترة $0 \leq س \leq \pi/2$ ، د(٠) = ٣، د(٢/٣) = ٢، فأوجد:

- أ قيمة كل من أ، ب حيث أ، ب قيم موجبة. ب مدى الدالة د(س).

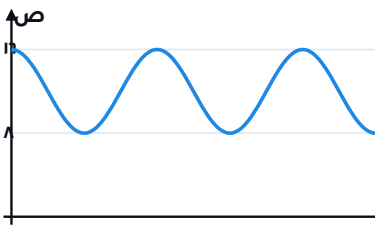
٣ كتاب الطالب · تمارين ٤-٢ س ١٥

د(س) = أ + هجتا (ب س) في الفترة $0 \leq س \leq \pi/2$. القيمة العظمى للدالة د(س) هي ٧، ودورتها هي $\pi/6$.
أ اكتب قيمة كل من أ، ب حيث أ، ب ب اكتب سعة الدالة د(س). ج ارسم بيان الدالة د(س).
قيم موجبة.

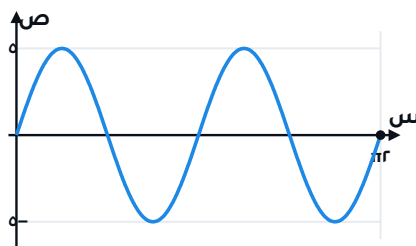
٤ كتاب النشاط · تمارين ٤-٢ س ٣ ★

يتغير عمق الماء في مرفأ خلال اليوم، ويعطى التغير بالمعادلة $١٦ + ٧جا(\frac{\pi}{١٢} ن)$ ، حيث م العمق بالأمتار، ن الوقت بالساعات بعد منتصف الليل.
أ أوجد عمق الماء عند المد، وعند الجزر. ب في أي وقت يحدث المد؟

٥ كتاب النشاط · تمارين ٤-٢ س ٤ ★



يوضح التمثيل البياني المجاور كيف تتغير المسافة (س سم) بين نقطة ثابتة وجسيم دوار مع مرور الوقت. معادلة البيان هي: $س = م + أ جتا(\pi ن)$ ، حيث ن مقاسة بالثواني، أ، م عدنان ثابتان.
أ أوجد السعة. ب ما الوقت الذي يستغرقه الجسيم للقيام بخمس دورات كاملة؟



التمثيل البياني المجاور يمثل بيان الدالة $v = l \cdot \sin(s)$ ، حيث $0 \leq s \leq 2\pi$.
أوجد قيمتي l ، c .

الدوال المثلثية العكسية

٥-٢

الفكرة ببساطة

جا س ليست واحدًا لواحد، فنقيّد مجالها لنعرّف دالتها العكسية $\text{جا}^{-1} s$. الآلة الحاسبة تعطيك دائمًا القيمة الرئيسية فقط (داخل مدى الدالة العكسية)، فاحفظ الجدول في صفحة القوانين.

أهداف التعلم (دليل المعلم)

- يستخدم الصيغ $\text{جا}^{-1}(s)$ ، $\text{جتا}^{-1}(s)$ ، $\text{ظا}^{-1}(s)$ للتعبير عن القيم الرئيسية للعلاقات العكسية للمثلثات، ويجد قيم الدوال البسيطة باستخدام المعرفة حول القيم الدقيقة للجيب، وجيب التمام، والظل لزوايا قياسها 30° ، 45° ، 60° ، وقيمتها المكافئة بالراديان.

ماذا سنتعلم؟

- قيم جا^{-1} ، جتا^{-1} ، ظا^{-1} للزوايا الخاصة.
- إيجاد مدى دالة مثل $\text{د}(s) = \text{أ} + \text{ب} \cdot \text{جا} s$ وإيجاد $\text{د}^{-1}(s)$ ومجالها.
- أكبر مجال يجعل للدالة عكسية.

أمثلة الشرح

مثال ١٣ كتاب الطالب ص ٧٠

أوجد بالدرجات قيمة كلٍّ مما يأتي:

أ $\text{جا}^{-1}(0)$

ب $\text{جتا}^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

ج $\text{ظا}^{-1}(-1)$

مثال ١٤ كتاب الطالب ص ٧٠

إذا علمت أن الدالة $\text{د}(s) = 1 - 3 \cdot \text{جا}\left(\frac{\pi}{4} s\right)$ معرّفة في الفترة $-\pi \leq s \leq \pi$:

- ارسم بيان الدالة $v = \text{د}(s)$ ، وفسّر سبب وجود دالة عكسية للدالة $\text{د}(s)$.
- أوجد مدى الدالة $\text{د}(s)$.
- أوجد $\text{د}^{-1}(s)$ ، وحدد مجالها.

تمارين

١ كتاب الطالب · تمارين ٥-٢ س١

اكتب قيمة كل مما يأتي بالدرجات:

أ جتا^{-١}

ب جا^{-١}($\frac{1}{\pi}$)

ج ظا^{-١} $\sqrt{3}$

د جا^{-١}(١-)

ه ظا^{-١}($\sqrt{3}$ -)

و جتا^{-١}($\frac{1}{\sqrt{3}}$ -)

٢ كتاب الطالب · تمارين ٥-٢ س٣

إذا علمت أن ه = جتا^{-١}($\frac{3}{5}$)، فأوجد قيمة كل مما يأتي:

أ جا^٢ه

ب ظا^٢ه

٣ كتاب الطالب · تمارين ٥-٢ س٦ ★

الدالة د(س) = ٥ - ٢ جا س معرّفة على المجال $\frac{\pi}{2} \leq س \leq \pi$:

أ أوجد أكبر قيمة ل ر بحيث تكون للدالة د(س) دالة عكسية.

ب عند قيمة ر في الجزئية (أ)، أوجد د^{-١}(س)، ثم حدد مجالها.

المعادلات المثلثية

٦-٢

الفكرة ببساطة

الآلة تعطيك حلًا واحدًا (القيمة الرئيسية). باقي الحلول تأتي من تماثل المنحنى أو من الأرباع التي تكون فيها النسبة بالإشارة المطلوبة. وإذا كانت الزاوية مركبة مثل ($\frac{\pi}{6} + أ$) فعُدّل الفترة أولًا.

أهداف التعلم (دليل المعلم)

- يحل معادلات مثلثية بسيطة تقع في مجال محدد بالدرجات أو بالراديان.

ماذا سنتعلم؟

- حل جا س = ك، جتا س = ك، ظا س = ك في فترة محددة.
- حل معادلات فيها زاوية مركبة ($\frac{\pi}{6} + أ$ ، $\frac{\pi}{4} + أ$ ، $\frac{\pi}{3} + أ$).
- حل معادلات بالتحليل إلى عوامل.

أمثلة الشرح

مثال ١٦ كتاب الطالب · ص٧٥

حل المعادلة ظا أ = -٢، حيث $0^\circ \leq أ \leq 180^\circ$

المتطابقة صحيحة لكل قيم المتغير. لإثباتها ابدأ بالطرف الأيمن تعقيدًا، واستخدم: $\frac{b}{a} \equiv \frac{b}{a} + \frac{0}{a}$ ، لتوحيد المقامات، والتحليل (فرق مربعين). لا تنقل حدودًا بين الطرفين.

- كتابة عبارة بدلالة نسبه واحده.
- إثبات المتطابقات.
- إيجاد القيم العظمى والصغرى لـ

1

۲

३

Σ

0

١

٢٠٢٣/٢٠٢٤ دور أول ١٠ س ١٠

أوجد قيمة $\frac{30 \times 2}{24}$ جا ٢. [٤]

← نفس الفكرة في امتحانات أخرى — حلّها بنفس الطريقة:

أ-١

٢٠٢٤/٢٠٢٥ دور ثاني ٣ س ٣

أوجد قيمة ٢ جا $(\frac{\pi}{6}) \times (\frac{\pi}{6})$ (دون استخدام الحاسبة) [٣]

ب-١

٢٠٢٣/٢٠٢٤ دور أول ٢ س ٢

(ظّل الشكل المقترن بقيمة جا $(\frac{\pi}{6})$) [١]

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \bigcirc$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \quad \bigcirc$$

$$\frac{1}{2} \quad \bigcirc$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \quad \bigcirc$$

ج-١

٢٠٢٣/٢٠٢٤ دور ثاني ٢ س ٢

(ظّل الشكل المقترن بقيمة جا ١٥°) [١]

$$\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} \quad \bigcirc$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \quad \bigcirc$$

$$\frac{1}{2} \quad \bigcirc$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \bigcirc$$

د-١

٢٠٢٤/٢٠٢٥ دور أول ٢ س ٢

(ظّل الشكل المقترن بقيمة ظا ٣٠° جتاه ٤٥°) [١]

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \quad \bigcirc$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}^2} \quad \bigcirc$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}^3} \quad \bigcirc$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \quad \bigcirc$$

هـ-١

٢٠٢٥/٢٠٢٦ دور أول ٣ س ٣

(ظّل الشكل المقترن بقيمة جتا $(\frac{\pi}{6})^2$) [١]

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \quad \bigcirc$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \quad \bigcirc$$

$$\frac{1}{3} \quad \bigcirc$$

$$\frac{1}{2} \quad \bigcirc$$

و-١

٢٠٢٥/٢٠٢٦ دور ثاني ٣ س ٣

(ظّل الشكل المقترن بقيمة جا $(\frac{\pi}{6})$) [١]

$$\frac{1}{2} \quad \bigcirc$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \quad \bigcirc$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \quad \bigcirc$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \bigcirc$$

٢

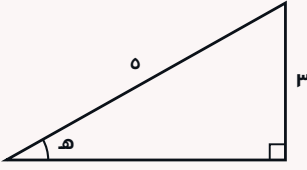
٢٠٢٤/٢٠٢٥ دور أول ٣ س ٣

جتا س = $\frac{r}{3}$ حيث س زاوية حادة. أوجد ظا س [٣]

↪ **نفس الفكرة في امتحانات أخرى — حلّها بنفس الطريقة:**

١-٢ ٢٠٢٣/٢٠٢٤ · دور أول · س٩

مثلث قائم الزاوية، وتره h والضلع المقابل للزاوية h يساوي 3 . (طَّل الشكل المقترن بقيمة جتا h) [1]



$\frac{1}{\epsilon}$ 

$$\frac{\varepsilon}{0} \quad \bigcirc$$

$$\frac{\mathbb{F}}{\mathbb{E}} \quad \text{O}$$

$\frac{3}{0} \bigcirc$

۲-ب ۲۰۲۳/۲۰۲۴ · دور ثاني · س ۹

جا ه = $\frac{0}{11}$ ، $9 \geq ه \geq 0$. (ظلل الشكل المقترن بقيمة جتا ه) [١]

$\frac{12}{13} \bigcirc$

$\frac{\Lambda}{13} \quad \text{O}$

$\frac{V}{Ir}$ O

$\frac{0}{1r}$ 

٢٠٢٥/٢٠٢٦ · دور أول · س٤ **▲ قدرات عليا**

ظا أ = $\frac{٣}{٤}$ - حيث $١٨. \geq \text{أ} \geq ٣٦.٠$. أوجد قيمة جتا أ × جا أ [٣]

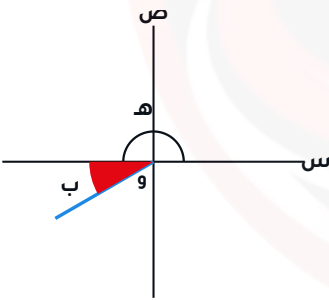
➡ نفس الفكرة في امتحانات أخرى — حلّها بنفس الطريقة:

٣-أ ٢٠٢٦/٢٠٢٥ • دور ثاني • ٤

جنا $\frac{1}{3} = \frac{1}{4}$ حيث $180 \leq \alpha \leq 360$. أوجد قيمة $\frac{\alpha}{\beta}$ [3]

٤ ٢٠٢٥/٢٠٢٦ دور اول - سه

في الشكل المجاور: الزاوية هـ في الربع الثالث، وزاويتها المرجعية ب = 30° . (ظلل الشكل المقترن بقيمة جـ هـ) [١]



$$\frac{\sqrt{x}}{x} \quad \text{O}$$

$\frac{1}{r} \circ$

$\frac{1}{r} = 0$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} - 0$$

↪ نفس الفكرة في امتحانات أخرى — حلّها بنفس الطريقة:

٤-١ ٢٠٢٥/٢٠٢٦ دور ثانی • سہ

الزاوية ه = $\frac{\pi}{\rho}$ ، ب زاوية الأساس للزاوية ه. (ظلل الشكل المقترن بقيمة ظا ب مقرَّبًا لأقرب منزلة عشرية) [١]

I,V

• 7-

□, 7.

I, V-

٤-ب ٢٠٢٤/٢٠٢٥ دور اول ٠ س ١٨

(ظلل الشكل المقترن بقيمة جا (٣٦٠ - ١٥) °) [١]

○ حتا ۱۵

• 10 6- 0

• 106 □

○ -حتا ۱۵

ج-٤ ٢٠٢٤/٢٠٢٥ دور ثاني ٠ س ١٨

(ظّل الشكل المقترن بقيمة جتا (٢٠ - ٣٦٠) [١])

○ جتا ٢٠ °

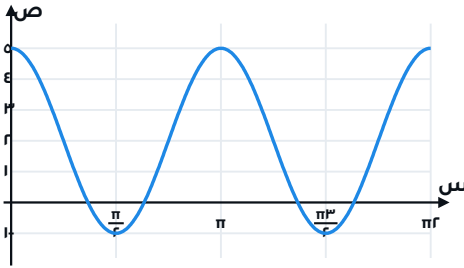
○ - جتا ٢٠ °

○ جتا ٢٠ °

○ - جتا ٢٠ °

٥ ٢٠٢٣/٢٠٢٤ دور أول ٠ س ١٣

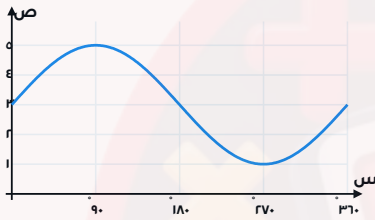
يُبين الرسم الآتي بيان الدالة $ص = ج + أ$ جتا (ب س)، حيث $٠ \leq س \leq ٣٦٠$.
أوجد قيم أ، ب، ج [٣]



← نفس الفكرة في امتحانات أخرى — حلّها بنفس الطريقة:

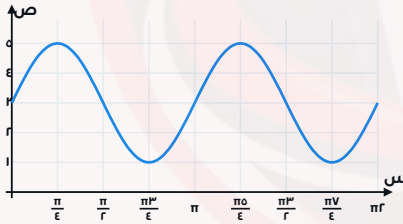
أ-٥ ٢٠٢٣/٢٠٢٤ دور ثاني ٠ س ١٠

يُبين الرسم الآتي بيان الدالة $ص = ج + أ$ جتا (ب س)، حيث $٠ \leq س \leq ٣٦٠$. أوجد قيم أ، ب، ج [٤]



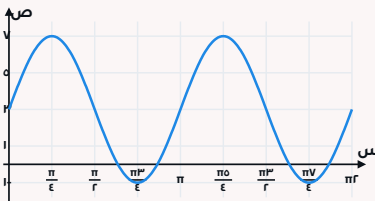
ب-٥ ٢٠٢٤/٢٠٢٥ دور أول ٠ س ١٦

يُبين الرسم الآتي بيان الدالة $ص = ج + أ$ جتا (ب س)، حيث $٠ \leq س \leq ٣٦٠$. أوجد قيم أ، ب، ج [٣]

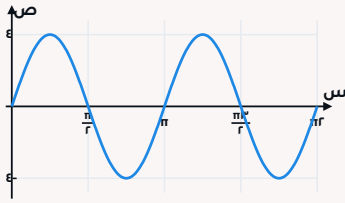


ج-٥ ٢٠٢٤/٢٠٢٥ دور ثاني ٠ س ١٦

يُبين الرسم الآتي بيان الدالة $ص = ج + أ$ جتا (ب س)، حيث $٠ \leq س \leq ٣٦٠$. أوجد قيم أ، ب، ج [٣]



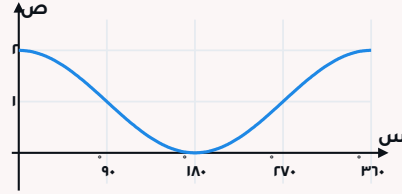
٥-د ٢٠٢٥/٢٠٢٦ دور أول ١٧ س



يبين الرسم الآتي جزءًا من بيان الدالة $y = f(x) + 2$ ج. (ظّل الشكل المقترن بقيم
أ، ج) [1]

☐ أ = ٤، ج = ٢ ☐ أ = ٤، ج = ٠ ☐ أ = ٢، ج = ٤ ☐ أ = ٢، ج = ٢

٥-هـ ٢٠٢٥/٢٠٢٦ دور ثاني ١٧ س



يبين الرسم الآتي بيان الدالة $y = f(x) + 1$ جتا س. (ظّل الشكل المقترن
بقيمة ف) [1]

☐ صفر ☐ ١ ☐ ٢ ☐ ٣

١ ٢٠٢٤/٢٠٢٥ دور ثاني ٢٧ س

د(س) = أ + ب جتا س، $0 \leq x \leq 360^\circ$ ، القيمة العظمى للدالة ٩ والقيمة الصغرى ١. (ظّل الشكل المقترن بقيمتي أ، ب) [1]

☐ أ = ٥، ب = ٤ ☐ أ = ٤، ب = ٥ ☐ أ = ٥، ب = ٣ ☐ أ = ٣، ب = ٥

↪ نفس الفكرة في امتحانات أخرى — حلّها بنفس الطريقة:

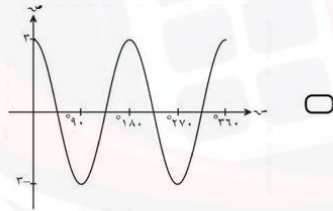
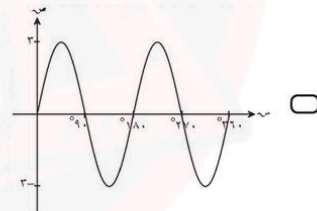
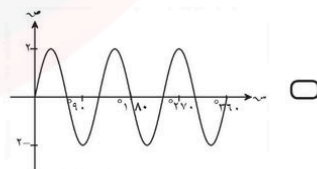
٦-أ ٢٠٢٤/٢٠٢٥ دور أول ١٧ س

الدالة د(س) = ج + أ ظا س تمر بالنقطتين $(\frac{\pi}{8}, ٨)$ ، $(٥, \pi)$. (ظّل الشكل المقترن بقيمتي ج، أ) [1]

☐ ج = ٥، أ = ٣ ☐ ج = ٣، أ = ٥ ☐ ج = ٥، أ = ٣ ☐ ج = ٣، أ = ٥

٧ ٢٠٢٣/٢٠٢٤ دور أول ١٧ س

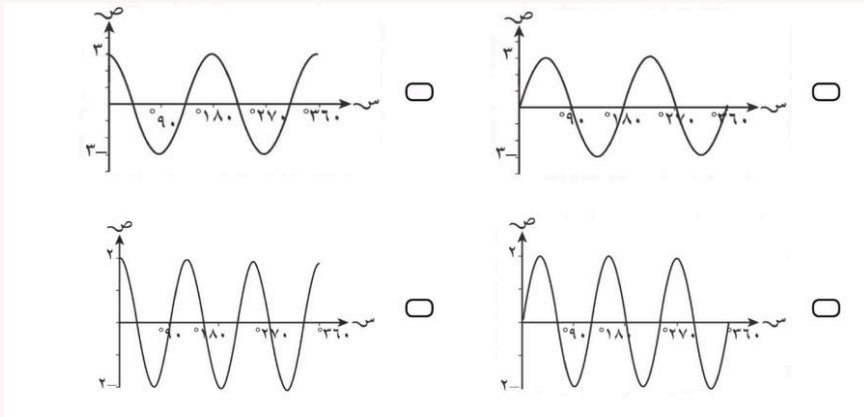
د(س) = ٣ جتا ٢س، حيث $0 \leq x \leq 360^\circ$. (ظّل الشكل المقترن ببيان الدالة د(س)) [1]



↪ **نفس الفكرة في امتحانات أخرى — حلّها بنفس الطريقة:**

I-V ٢٠٢٣/٢٠٢٤ · دور ثاني · س ١٧

د(س) = ٣جتا آس، حيث $0 \leq س \leq ٣٦٠$. (ظلل الشكل المقترن ببيان الدالة د(س)) [١]



٨ ٢٠٢٥/٢٠٢٦ · دور أول · س١٠

ص = ٣ جا ($\frac{1}{r}$ س) + ٥. أوجد السعة، الدورة، والمدي. [٣]

↪ نفس الفكرة في امتحانات أخرى — حلّها بنفس الطريقة:

٨-١ ٢٠٢٦/٢٠٢٥ · دور ثاني · س.١٠

د(س) = ٢ جتا(٤س)، $0 \leq س \leq ٣٠$. أوجد السعة، الدورة، والمدي. [٣]

۹ ۲۰۲۴/۲۰۲۵ · دور اول · س ۱۹

د(س) = ۳- + ۴جا س، معرفة على $-\frac{\pi}{r} \leq s \leq \frac{\pi}{r}$. أوجد د^{-۱}(س) [۴]

↪ نفس الفكرة في امتحانات أخرى — حلّها بنفس الطريقة:

٩-أ ٢٠٢٤/٢٠٢٥ · دور ثاني · س١٩

د(س) = ۲ + ۳جا س، $\frac{\pi}{r} \geq س \geq \frac{\pi}{r}$. أوجد د^{-۱}(س) [ع]

١٠ ٢٠٢٥/٢٠٢٦ · دور أول · س ١٤ ⚠️ قدرات عليا

د(س) = ق + جا²س ، $\frac{\pi}{r} \geq s \geq 0$ ، $\frac{1}{r} = d^{-1}(s)$ ، جا⁻¹(س + ε) . أوجد قيمة الثابت ق [٣]

هـ = $\Lambda = \left(\frac{1}{r}\right)^{-1} - \varepsilon \left(\frac{1}{r}\right)^{-1}$. (ظلل الشكل المقترن بقيمة $\left(\frac{1}{r}\right)^{-1}$) [1]

$$\frac{1}{3} \bigcirc \quad \frac{3}{3} \bigcirc \quad \frac{3}{3} \bigcirc \quad \frac{1}{3} \bigcirc$$

↳ نفس الفكرة في امتحانات أخرى — حلّها بنفس الطريقة:

II-أ ٢٠٢٥/٢٠٢٦ · دور أول · س ٢٤ **⚠️ قدرات عليا**

١٣ + ج^١ س = ١٠ ظ^١ (٥). (ظلل الشكل المقترن بقيمة س مقربًا الناتج إلى أقرب منزلة عشرية واحدة) [١]

☐ $\neg$ ☐ $\wedge$ ☐ $\vee$ ☐ $\rightarrow$ ☐ $\leftrightarrow$

II-B ۲۰۲۴/۲۰۲۵ · دور ثانی · س ۲

(ظلل الشكل المقترن بقيمة $\sqrt[3]{\pi}$ بدلالة π) [١]

$$\frac{\pi}{r} \bigcirc \quad \frac{\pi}{\xi} \bigcirc \quad \frac{\pi}{\mu} \bigcirc \quad \frac{\pi}{\gamma} \bigcirc$$

١٢ ٢٠٢٣/٢٠٢٤ · دور أول · س١٢

ظا اس $\sqrt[3]{x}$ ، $0 \leq x \leq 360$ ، اوجد قيم س [5]

↪ **نفس الفكرة في امتحانات أخرى — حلّها بنفس الطريقة:**

١٢-أ ٢٠٢٣/٢٠٢٤ · دور ثاني · س١٣

جا) $\left(\frac{1}{n}\right) s = 0.078 \leq s \leq 0.9$. أوجد s لأقرب منزلة عشرية [3]

۱۲-ب ۲۰۲۴/۲۰۲۵ · دور اول · س ۸

ج٢س = ٠,٥, ٠,٦, ٠,٧, ٠,٨, ٠,٩, ١,٠. (ظلل الشكل المقترن بالحل) [١]

° 12. , ° 7.

 ° 12. , ° 7.

 ° 12. , ° 3.

 ° 10. , ° 3.

۱۲-چ ۲۰۲۴/۲۰۲۵ • دور ثانی • س ۸

حل ظا س = $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ، $0^\circ \leq \text{س} \leq 360^\circ$. (ظلل الشكل المقترن بالحل) [1]

☐ ۳. , ☐ ۶. ☐ ☐ ۲۴. , ☐ ۶. ☐ ☐ ۲۱. , ☐ ۳. ☐ ☐ ۱۵. , ☐ ۳. ☐

۱۲-د ۲۰۲۳/۲۰۲۴ دور ثانی - س ۱۱

حل ۳ جا س - جتا س = . . > س > ۹۰ [۵]

۱۳ • ۲۰۲۴/۲۰۲۵ • دور اول • س ۹

اكتب العبارة $3ج + 8ج + ٨$ في صورة $أ + ب ج + ٨$ ، حيث $أ$ ، $ب$ عدنان ثابتان [٣]

↪ **نفس الفكرة في امتحانات أخرى — حلّها بنفس الطريقة:**

۱۳-ا۱ ۲۰۲۴/۲۰۲۵ • دور ثاني • س ۹

اكتب ٣ج٢أس + ٩جأس في صورة أ + ب جأس [٣]

14 ٢٠٢٥/٢٠٢٦ دور أول · س ١٨

حل المعادلة جتا س + جا س ظا س - ٢ = ٠ . ٠ ≤ س ≤ ٣٦٠ ° [٥]

↪ نفس الفكرة في امتحانات أخرى — حلّها بنفس الطريقة:

١٤-أ ٢٠٢٥/٢٠٢٦ · دور ثاني · س١٨

حل المعادلة ٥ - جا س ظا س = جتا س ، $0^\circ \leq س \leq 360^\circ$

۱۴-ب ۲۰۲۵/۲۰۲۶ دور ثانی • س ۱۴

۲جٲاٲس + جا س - ۲ = ۰ . ۰ ≥ س ≥ ۲۷۰ . اُوجد قيم س [۳]

10 ۲۰۲۴/۲۰۲۵ · دور اول · س ۲۴

باستخدام المتطابقة $\frac{1}{\gamma_H} \equiv \frac{1}{\gamma_{H+}} + \frac{1}{\gamma_{H-}}$ ، حل المعادلة $\frac{1}{\gamma_{H+}} + \frac{1}{\gamma_{H-}} \geq \frac{1}{\gamma_H}$ [5]

↪ نفس الفكرة في امتحانات أخرى — حلّها بنفس الطريقة:

١٥-أ ٢٠٢٤/٢٠٢٥ · دور ثاني · س ٢٤

باستخدام المتطابقة $\frac{1}{\frac{1}{\text{جنا}} + 1} \equiv \frac{\text{جنا}}{\text{ظا ه} - (1 - \text{جنا})}$ حل $\frac{\text{جنا}}{\text{ظا ه} - (1 - \text{جنا})} = 3$ ، ≥ 0 ، ≥ 18 [5]

۱۵-ب ۲۰۲۳/۲۰۲۴ · دور اول · س ۲۵

باستخدام المتطابقة $\frac{1}{جتا س} \equiv \frac{جاس}{جتا س (1 + جتا س)}$ ، حل المعادلة $\frac{جاس}{جتا س (1 + جتا س)} = 9. \geq س$ [3]

ج-۱۰

باستخدام المتطابقة $\frac{1 - \tanh^2 x}{1 + \tanh^2 x} \equiv \frac{1 - \tanh x}{1 + \tanh x}$ حل $\frac{1 - \tanh^2 x}{1 + \tanh^2 x} = \frac{1 - \tanh x}{1 + \tanh x}$ [3]

برهن المتطابقة: $\frac{جأ^{\epsilon} - جأ^{\epsilon}}{1 - جأ^{\epsilon}} \equiv 1- [\epsilon]$



أثبت المتطابقة: $\frac{(جاس + جتا س) - 1}{جتا س} \equiv ظا س$ [٤]

خلاصة الوحدة: انتبه لهذه الأخطاء

من الامتحانات الوزارية



هذه أكبر وحدة في الامتحان: ٢٢ درجة من ٧٠ في آخر سنتين (٩ أسئلة)، و ١٨ درجة في ٢٠٢٤. انتبه لهذه النقاط:

(٢) الزاوية المركبة

عدّل الفترة قبل الحل: جا ($\frac{1}{2}$ س) على 90° تعني $\frac{1}{2}$ س في 45° .

٢٠٢٤ ثاني س ١٣

(١) كل الطول في الفترة

الآلة تعطي جًا واحدًا. ظا $\sqrt{2}$ = $\sqrt{2}$ على 360° لها أربعة طول، لأن $\sqrt{2}$ س تتحرك في 720° .

٢٠٢٤ أول س ٢١، ٢٠٢٥ أول س ٨

(٤) ارفض المستحيل

جتا س = ٢ أو جا س = ٣ لا حل لها. اكتب ذلك صراحة لتأخذ الدرجة.

٢٠٢٦ أول س ١٨، ٢٠٢٦ ثاني س ١٨

(٣) لا تقسم على جا س

في 2 جتا س + جا س = ٢ يصبح جا س (١ - ٢ جا س) = ٠ إذا قسمت على جا س ضاع الحل.

٢٠٢٦ ثاني س ١٤

(٦) قراءة الرسم

ج = $\frac{\text{العظمى} + \text{الصغرى}}{2}$ ، أ = $\frac{\text{العظمى} - \text{الصغرى}}{2}$ ، ب = $\frac{360}{\text{الدورة}}$ وإشارة أ: هل يبدأ المنحنى صاعدًا أم نازلًا؟

٢٠٢٤ أول س ١٣، ٢٠٢٥ س ١٦

(٥) الإشارة من الربع

ظا أ سالبة في الفترة $180^\circ - 360^\circ$ تعني الربع الرابع: جتا موجب و جا سالب. ارسم المثلث وضع الإشارات.

٢٠٢٦ أول س ٢٤، ٢٠٢٦ ثاني س ٤

(٨) القيمة الرئيسية

جتا $^{-1}(\frac{1}{\sqrt{2}}) = \frac{\pi}{4}$ و جا $^{-1}(\frac{1}{2}) = \frac{\pi}{6}$ - ضع الآلة على R إذا كان السؤال بالراديان.

٢٠٢٦ ثاني س ٢٤

(٧) الدالة العكسية

اكتب ص = د(س)، اجعل جا س موضوع القانون، ثم بدّل. لا تنس أن د^{-١} ل جا تكتب جا^{-١} (...) وليس $\frac{1}{\text{جا}}$.

٢٠٢٥ س ١٩، ٢٠٢٦ أول س ١٤

(١٠) البرهان

ابدأ بطرف واحد فقط، واستخدم فرق المربعين: جا^٤ - جتا^٤ = (جا^٢ - جتا^٢)(جا^٢ + جتا^٢).

٢٠٢٦ أول س ٢٧

(٩) «باستخدام المتطابقة»

لا تبرهن المتطابقة من جديد: عوّض الطرف الأيمن مكان الأيسر مباشرة ثم حل.

٢٠٢٥ س ٢٤، ٢٠٢٤ س ٢٥

افهم هذه العشر، وخذ درجة الوحدة كاملة ١٠٠



أسئلة كامبريدج

1

حل المعادلة ٤ جا ه + ظا ه = ٠ ، حيث ٠ > ه > ١٨٠ . [٣]

3

حل المعادلة ٨ جا^٢ هـ + ٦ جتا هـ + ١ = ٠ ، حيث ٠ < هـ < ١٨٠ . [٣]

3

أ حل المعادلة $3x^2 - 5x - 2 = 0$ ، حيث $0 \leq x \leq 180$. [٤]

ب أوجد مجموعة قيم k التي تجعل المعادلة $3x^2 - 5x + k = 0$ بلا حلول. [٢]

ج للمعادلة $3x^2 - 5x + s = 0$ ، اكتب قيمة k التي يكون عندها ثلاثة حلول في الفترة $0 \leq s \leq 180$ ، وأوجد هذه الحلول. [3]

E

أثبت المتطابقة $\frac{r^r - 1}{r - 1} \equiv -1 \pmod{r}$

ب ومن ثمّ حل المعادلة $\frac{h^{\text{رجا}} - 1}{h^{\text{حاه}} - 1} = \frac{h^{\text{ع}}}{h^{\text{ع}}}$ ، حيث $h^{\text{ع}} \geq 1$ ، $h^{\text{حاه}} \geq 1$. [٣]

9

أثبت المتطابقة $\frac{1+x}{1-x} \equiv \frac{ج\text{ا}}{ج\text{ا} - ج\text{ه}} + \frac{ج\text{ه}}{ج\text{ا} + ج\text{ه}}$ [٣]

ب ومن ثم أوجد الحلول الدقيقة للمعادلة $\frac{ج_ه}{ج_ه + ج_ا} + \frac{ج_ا}{ج_ا - ج_ه} = r$ ، حيث $0 \leq \pi \leq [E]$

7

١ بيّن أن المعادلة جتا ه (٧ ظا ه - هجتا ه) = ا يمكن كتابتها في الصورة أ جا ه + ب جا ه + ج = د ، حيث أ، ب، ج أعداد صحيحة. [٣]

ب ومن ثمّ حل المعادلة جتا ٢س (٧ ظا ٢س - هجتا ٢س) = ١ ، حيث $0 < س < ١٨٠$ [٣]

9709/12/O/N/20 · س ۱۱

V

منحنی معادله $v = 3\alpha s + 2$ ، حيث $0 \leq s \leq \pi$.

اكتب أكبر وأصغر قيمة لـ ص. [٢]

ب ارسم بیان $v = 3$ جتا $2s + 2$ ، حیث $0 \leq s \leq \pi$. [۲]

ج بالنظر إلى المستقيم $v = ك س$ ، حيث $ك$ ثابت، اكتب عدد حلول المعادلة $٣س + ٢ = ك س$ في الفترة $٠ \leq س \leq \pi$ في كل حالة: (١) $ك = -٣$ (٢) $ك = ١$ (٣) $ك = ٣$ [٣]

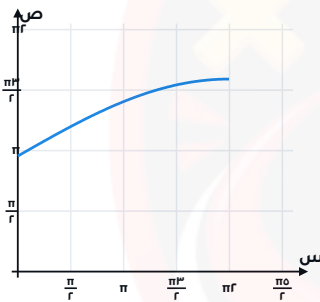
9709/12/M/J/23 · س ۸

A

يبيّن الشكل بيان $v = d(s)$ ، حيث $d(s) = 3 + 2\left(\frac{1}{\epsilon} s\right)$ ، $0 \leq s \leq \pi$.

أ ارسـم على الشـكل بـيان صـ د⁻ (سـ). [٢]

ب أوجد عبارة لـ د⁻¹(س). [٢]



9709/13/O/N/25 · س ۲

9

١ حل المعادلة $\pi \frac{1}{\varepsilon} - = (3 - \text{هس})^1$

ب حل المعادلة هجتا $\epsilon = \epsilon + h$ ، حيث $\frac{1}{r} \geq h \geq \pi$ [٤]

أوجد القيمة الدقيقة لـ π التي تحقق المعادلة $3 - \cos(\pi) = 2 + \cos(\pi)$

أسئلة القدرات العليا

١ 0606/23/M/J/20 س ٦

المنحنى $y = \sin(x)$ (بـ x) دورته 2π ، وسعته 2 ، ويمر بالنقطة $(\pi, 0)$. أوجد قيمة كلٍّ من الثوابت a ، b ، c . [٣]

٢ 0606/11/M/J/21 س ٩

أكتب $\sin x + \cos x + \tan x$ في الصورة $a \sin(x + b)$ (بـ a و b)، حيث $a > 0$ ، b ، c ، d أعداد صحيحة موجبة. [١]
ومن ثم حل المعادلة $\sin x + \cos x + \tan x = 0$ ، حيث $0 < x < \pi$. [٤]

٣ 0606/13/O/N/20 س ١١

أ إذا علمت أن $\sin x = \frac{1}{2}$ ، فبين أن $\cos x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$ ، حيث x راديان، وأعط إجاباتك بدلالة π . [٤]
ب ومن ثم حل المعادلة $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ ، حيث $0 < x < \pi$ راديان، وأعط إجاباتك بدلالة π . [٤]

٤ 0606/13/M/J/23 س ١٠

أ بين أن $\sin x + \cos x = 1$ ، حيث x راديان، وأعط إجاباتك بدلالة π . [٣]
ب حل المعادلة $\sin x + \cos x = 1$ ، حيث $0 < x < \pi$ راديان، وأعط إجاباتك بدلالة π . [٥]

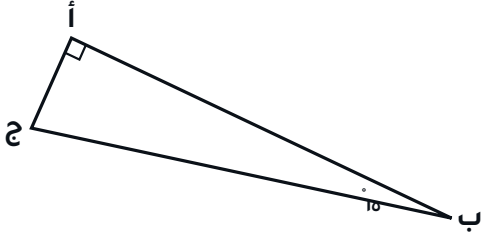
0606/21/O/N/20 س ٦

0

لا تستخدم الآلة الحاسبة. في الشكل: أ ج $\sqrt{3} - 1$ ، أ ب $\sqrt{3} + 1$ ، ق (أ ب ج) $\hat{=}$ 90° .

أ بين أن ضا $15^\circ = \sqrt{3} - 2$ [٣]

ب أوجد الطول الدقيق ل ب ج. [٢]



0606/21/O/N/25 س ١٣

1

حل المعادلة $2^x = 3^x$ جتا هـ، حيث $-\frac{\pi}{r} \geq h \geq \frac{\pi}{r}$. [٦]

حلّيت القدرات العليا؟ أنت من الأوائل فعلاً 🏆



مفاتيح الإجابة

الدرس ١-٢ الزوايا بين ٠° و ٩٠°

مثال ١ أ) $\frac{5}{9}$ ، $\frac{2}{3}$ ، $\frac{2}{5}$ ب) برهان

١ أ) $\frac{3}{5}$ ب) $\frac{3}{4}$ ج) $\frac{2}{10}$ د) $\frac{2}{3}$ هـ) $\frac{4}{5}$ و) $\frac{12}{19}$

مثال ٢ أ) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ب) $\frac{3}{4}$ ج) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

٢ أ) $\frac{1}{r}$ ب) $\frac{1}{\epsilon}$ ج) $\frac{1}{r}$ د) $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{2}}{r}$ هـ) ١- $\frac{\sqrt{2}+r}{3}$ و)

الدرس ٢-٢ زاوية الأساس

مثال ٣ أ) 6° ب) 6° ج) $\frac{\pi}{\epsilon}$ د) $\frac{\pi}{3}$ هـ) $\pi, 2$ و) 17°

١ أ) 12° ب) 16° ج) 18° د) $\frac{\pi}{\epsilon}$ هـ) $\frac{\pi}{3}$ و) $\frac{\pi}{13}$

مثال ٤ أ) 138° ب) 593° ج) $\frac{\pi}{9}$

الدرس ٣-٢ النسب المثلثية للزوايا العامة

مثال ٥ أ) جا 4° ب) -جتا 5°

مثال ٨ أ) -ب ب) $\sqrt{1-b^2}$ ج) $\frac{\sqrt{1-b^2}}{b}$ د) $\frac{\sqrt{1-b^2}}{b}$

مثال ٦ أ) جا 5° ب) $\frac{4}{5}$ ج) $\frac{4}{5}$ هـ) $\frac{4}{5}$

١ أ) $\frac{1}{r}$ ب) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ج) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ د) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ هـ) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ و) $\frac{1}{r}$

٣ أ) $\frac{12}{13}$ ب) $\frac{5}{12}$ ج) $\frac{3}{5}$ د) $\frac{3}{\epsilon}$

٢ أ) $\sqrt{1-b^2}$ ب) $\frac{b}{\sqrt{1-b^2}}$ ج) $\sqrt{1-b^2}$ د) $\sqrt{1-b^2}$

الدرس ٤-٢ التمثيلات البيانية للدوال المثلثية

مثال ١٢ أ) رسم ب) ٤ حلول

٢ أ) $3 = b = r$ ب) $1 \geq d(س) \geq 5$

٤ أ) ٢٣ مترًا، ٩ أمتار ب) ٦ قبل الظهر

٦ ل = ٥. ق = ٢

مثال ١١ أ) الدورة ١٨٠، السعة ٣

ب) أعلى: (٣، ١٨٠)، (٣، ٣٦٠)، أدنى: (٣، -٩٠)، (٣، -٢٧٠)

ج) د) رسم

١ أ) 360° ب) 180° ج) 720° د) 120° هـ) 180° و) 360° غير معروفة

٣ أ) $r = b = 6$ ب) ٥ ج) رسم

٥ أ) ٤ ب) ثابتيان

الدرس ٥-٢ الدوال المثلثية العكسية

مثال ١٣ أ) 0° ب) 30° ج) 45°

مثال ١٤ أ) رسم: واحد إلى واحد ب) $- \epsilon \geq d(س) \geq ٢$ ج) $d^-(س) = ٢ - \text{جا}^2\left(\frac{١+س}{٣}\right)$ ، $- \epsilon \geq س \geq ٢$

٢ أ) $\frac{17}{90}$ ب) $\frac{17}{9}$

١ أ) 0° ب) 30° ج) 60° د) 90° هـ) 120° و) 135°

٣ أ) $\frac{\pi}{r}$ ب) $d^-(س) = \text{جا}^2\left(\frac{س-5}{r}\right)$ ، $٣ \geq س \geq ٧$

الدرس ٦-٢ المعادلات المثلثية

مثال ١٦ أ) $115,46^\circ$

مثال ١٩ أ) $71,6^\circ$ ، $251,6^\circ$ ، 90° ، 270°

مثال ١٧ أ) $٠,٦٠٠$ أو $٠,٩٨٧$

١ أ) $155,9^\circ$ ، $24٤,١^\circ$ ب) ٩٠° ، ٢١٠° ج) $١٣٩,٩^\circ$ ، $١٧٥,٩^\circ$

٢ (أ) ٢٩٩,٧, ١١٩,٧ (ب) ٣٠٠, ١٨٠, ٣٠٠, ٣٠٠ (ج) ٢٧٠, ١٥٠, ٣٠٠

٣ (أ) ٢, ٣, ٤, ٥, ٦, ٧, ٨, ٩, ١٠, ١١, ١٢, ١٣, ١٤, ١٥, ١٦, ١٧, ١٨, ١٩, ٢٠, ٢١, ٢٢, ٢٣, ٢٤, ٢٥, ٢٦, ٢٧, ٢٨, ٢٩, ٣٠

الدرس ٧-٢ المتطابقات المثلثية

مثال ٢١ ٧ جتا ٣ - ٣

مثال ٢٣ برهان

٢ (أ) برهان (ب) برهان

٤

٦ ك = ٢ -

مثال ٢٢ برهان

١ ٩ جتا ٣ - ٣

٣ برهان

٥ (أ) ٤ + ٣ جتا ٣ (ب) ٤ ≥ د (س) ≥ ٧

الدرس ٨-٢ المزيد من المعادلات المثلثية

مثال ٢٤ (أ) برهان (ب) ٣٠٠, ٦٠

١ (أ) برهان (ب) ٢٥٦, ٧٦, ٣٠

٣ (أ) برهان (ب) ٣٣٠, ٢١٠, ١٥٠, ٣٠

٥ (أ) $\sqrt{1 - \frac{1}{k}}$ (ب) $\frac{\sqrt{1 - \frac{1}{k}}}{k}$ (ج) -ك

٧ (أ) رسم (ب) ٤ (ج) ٢٠

مثال ٢٥ (أ) جتا ٣ + جتا ٣ - ١ = ٠ (ب) ٢, ٤٨, ٤٠, ٦٦, ٦٨

٢ (أ) برهان (ب) ٣٠٠, ٢٢٨, ٢٠٠, ١٣١, ٨٠, ٦٠

٤ ١,٩٥

٦ ١٥٠, ٣٠

الأسئلة الوزارية

١ $\frac{1}{r}$

١-ب $\frac{1}{r}$

١-د $\frac{1}{\sqrt{3}}$

١-و $\frac{\sqrt{3}}{r}$

١-ز $\frac{4}{5}$

٣ $-\frac{12}{25} = -\frac{48}{125}$

٤ $-\frac{1}{r}$

٤-ب -جا ١٥

٥ أ = ٣, ب = ٢, ج = ٢

٥-ب أ = ٢, ب = ٢, ج = ٣

٥-د أ = ٤, ج = ٠

٦ أ = ٥, ب = ٤

٧ الشكل العلوي الأيمن (يبدأ من الصفر صاعدًا، سعته ٣, دورتان)

٨ السعة ٣, الدورة ٢٤ (٧٢٠), المدى ٢ ≥ ص ≥ ٨

٩ د-١ (س) = ج-١ (س) = $\frac{3}{4}$

١٠ ق = ٤ -

١١-أ ٨, -

١٢ ٣٠٠, ٢١٠, ١٢٠, ٣٠٠

١٢-ب ١٥٠, ٣٠

١-أ $\frac{\sqrt{3}}{r}$

١-ج $\frac{1}{r}$

١-هـ $\frac{1}{r}$

٢ ظا س = $\frac{\sqrt{3}}{r}$

٢-ب $\frac{12}{13}$

٢-ج $\frac{3}{r}$

٢-د ١,٧

٤-ج جتا ٢٠

٥-أ أ = ٢, ب = ١, ج = ٣

٥-ج أ = ٤, ب = ٢, ج = ٣

٥-هـ ف = ٢

٦-أ ج = ٥, هـ = ٣

٧-أ الشكل العلوي الأيسر (يبدأ من ٣, سعته ٣, دورتان)

٨-أ السعة ٢, الدورة ٩٠, المدى ٢ - ص ≥ ٢

٩-أ د-١ (س) = ج-١ (س) = $\frac{1}{3}$

١١ ٤

١١-ب $\frac{\pi}{3}$

١٢-أ ٨٥, ٦

١٢-ج ٢١٠, ٣٠

١٢-د	٣.	١٣	٣ + هجٲاػس
١٣-أ	٣ + ءاػس	١٤	٣. ، ٣.
١٤-أ	٧٨,٥ ، ٢٨١,٥	١٤-ب	١٥. ، ٣٠. ، ١٥٠.
١٥	١٣٥. ، ٤٥	١٥-أ	١٥٠. ، ٣٠.
١٥-ب	٦.	١٥-ج	ه = ٤٥
١٦	برهان	١٦-أ	برهان

الملحق – أسئلة كامبريدج

١	هـ = ١٠٤٥	٢	هـ = ١٣٨,٦ فقط
٣	(أ) ١٣٣,٤, ٦, ١٠ (ب) ك < $\frac{٢٥}{١٢}$ (ج) ك = ٠ : س = ٠, ٥٩, ١٨٠	٤	(أ) برهان (ب) ٣٥,٣ . ١٤٤,٧
٥	(أ) برهان (ب) هـ = $\frac{\pi}{٣}$. $\frac{\pi}{٣}$	٦	(أ) هـ ج ا + هـ ج ب - هـ ج د = ١ (ب) س = ١٨,٤ . ٧,٦
٧	(أ) هـ . ا - ب رسم (ج) (١) لا حلول (٢) حلان (٣) حل واحد	٨	(أ) انعكاس في ص = س (ب) د ا - (س) = هـ ج ا - $(\frac{٣-س}{٢})$
٩	(أ) س = $\frac{٢}{٥}$ (ب) هـ = ٢,٩٤ , ٤,٧١	١٠	ت = $\frac{١}{٦}$

الملحق – أسئلة القدرات العليا

١	$\dot{r}_0 = \dot{b}$, $\dot{r}_2 = \dot{c}$, $\dot{r}_3 = \dot{a}$	٢	(أ) $(r + \text{ص}) (r + \text{س}) + 1$ (ب) $131, 8$, $1228, 2$, 1010 , 333
٣	(أ) برهان (ب) $\dot{a} = \frac{\pi r^2}{r_E}$, $\frac{\pi r^2}{r_E}$	٤	(أ) برهان (ب) $f = -\pi$, π , π , π
٥	(أ) برهان (ب) $b = c$ (ج) $\sqrt{r}$	٦	هـ = $\pm \frac{\pi}{3}$

التاريخ

ملاحظات الختامية

الوحدة الثانية: حساب المثلثات – اكتب ما تعلمته، وما تريد أن تسأل عنه د. صهيبي.



لا تنس!

ملاحظاتي

✓ / □

✓ مهماتي

المهمة	أنجزت	لم أنجز
حل أمثلة الدروس الثمانية	☐	☐
حل تمارين الكتاب المختارة	☐	☐
حل الأسئلة الوزارية (٥٠ سؤالاً)	☐	☐
قراءة خلاصة الأخطاء الشائعة	☐	☐
حل أسئلة كامبريدج	☐	☐
حل أسئلة القدرات العليا	☐	☐
إتقان خطوات الآلة الحاسبة	☐	☐
مراجعة أخطائي من المفتاح	☐	☐
	☐	☐
	☐	☐
	☐	☐

مستوى إتقاني للوحدة

